Шифр: 11 - 01

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по физике
2019/2020
Ленинградская область

Район Киришский

Школа МОУ „Киришский лицей"

Класс 11^а

ФИО Вдовиченко Михаил Сергеевич

Чистовик. лист 2

$\vec a$ $\quad v_m, t_m$ — ?

11-01
доб. 16

№11.2.

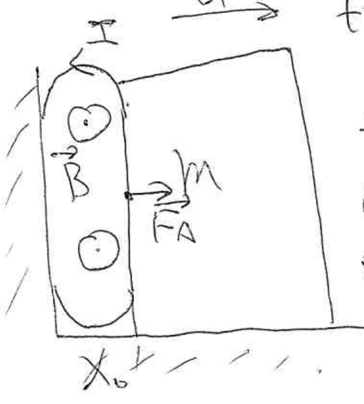


рис.1.

1) В проводе под действием магнитного поля будет возникать сила Ампера, которая будет перемещать куб вправо, т.е. $\vec F_A = m\vec a$. рис.1.

$F_A(t) = IBl(x)$ (т.к. провод $\perp \vec B$).

① – 0

2) По рисунку в условии заметим, что верхняя и нижняя часть провода представляют собой полуокружности, т.к. длина всего провода L, то $L = const$, то

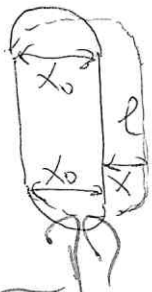


рис.2.

② – 0,5

$L = 2l + \pi(x_0 + x)$, тогда $l(x) = \frac{L - \pi x_0}{2} - \frac{x}{2}$

3) (и 2) Т.к. куб будет перемещаться вправо, то провод начнёт распрямляться (стремиться к форме круга, $L = 2\pi R$) ~~тогда провод~~ провод будет воздействовать на куб силой $F_A(x) = IBl(x)$ до тех пор пока провод не станет кругом, т.е. $x + x_0 = 2R$, $x = \frac{L}{\pi} - x_0$

③ – 1

4) ~~работа совершённая~~ Работа силы Ампера, приведёт к изменению кинетической энергии куба (по теореме об изменении кинетической энергии), т.е.

$$\int_0^{\frac{L}{\pi} - x_0} F_A(x)\,dx = A = E_k = \frac{m v_m^2}{2},$$

$$\int_0^{\frac{L}{\pi} - x_0} IB\left(\frac{L - \pi x_0}{2} - \frac{x}{2}\right)dx = IB\frac{(L - \pi x_0)}{2}x - IB\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^{\frac{L}{\pi} - x_0} =$$

$$= IB\frac{(L - \pi x_0)^2}{2\pi} - IB\frac{(L - \pi x_0)^2}{2\pi^2} - (0 - 0) = \frac{IB(L - \pi x_0)^2}{2\pi^2}(\pi - 1) = \frac{m v_m^2}{2},$$

1	2	3	4	5	Σ
1	0	~~0~~	0	4	8,5

9.5 !!!

$$v_m = \left(\frac{L - \pi x_0}{\pi}\right)\sqrt{\frac{IB}{m}(\pi - 1)},$$

5) $F(x) = IBl(x) = IB\left(\frac{L - \pi x_0}{2} - \frac{x}{2}\right)$ – линейная функция (убывающая)

② $\quad$ ④ – 0,5

~~так~~ $F(x) = ma$, ~~$F\Delta t$~~ $= m\Delta V$, т.к. $F(x) \downarrow$, то в качестве приближения возьму ср. силу по x, т.е.

$\frac{F(0)}{2} = F_{cp}$, $F_{cp} = \frac{IB(L - \pi x_0)}{4}$, тогда

$F_{cp} \cdot \Delta t = m\Delta V$ ($\Delta V = V_m - 0 = V_m$, $\Delta t = t_m - 0 = t_m$), тогда

$t_m = \frac{m V_m}{F_{cp}} = \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{m}{IB}(\pi - 1)}$

См. обратную сторону.

⑤,⑥ – 0

P.S. $F(x) = ma = m\ddot{x}$

$IB\left(\frac{L-\pi x_0}{2} - \frac{x}{2}\right) = m\ddot{x}$,

$\ddot{x} + x\frac{IB}{2m} - \frac{IB}{2m}(L-\pi x_0) = 0$ $\quad x(0) = \underline{C = x_0}$.

$\dddot{x} + \dot{x}\frac{IB}{2m} = 0$ пусть $\cancel{x}(t) = Ce^{kt}$, C, k – $\underline{const}$. (можно найти $x(t)$),

$\dddot{x} = Ck^3 e^{kt}$, $\dot{x} = Cke^{kt}$,

$Ck^3e^{kt} + Cke^{kt}\frac{IB}{2m} = 0$, $k^2 + \frac{IB}{2m} = 0$, $k = \sqrt{\frac{IB}{2m}}\,i$

(НЕУВЕРЕН В ЗАПИСЯХ)

$\cancel{x(0) = C = x_0}$.

$\cancel{e^{kt} = e^{t}\left(\cos\sqrt{\frac{IB}{2m}} + i\sin\sqrt{\frac{IB}{2m}}\right)}$.

$\cancel{x(t) = e^{t}}$ зная $x(t)$, можно найти $v(t) = \dot{x}(t)$, тогда

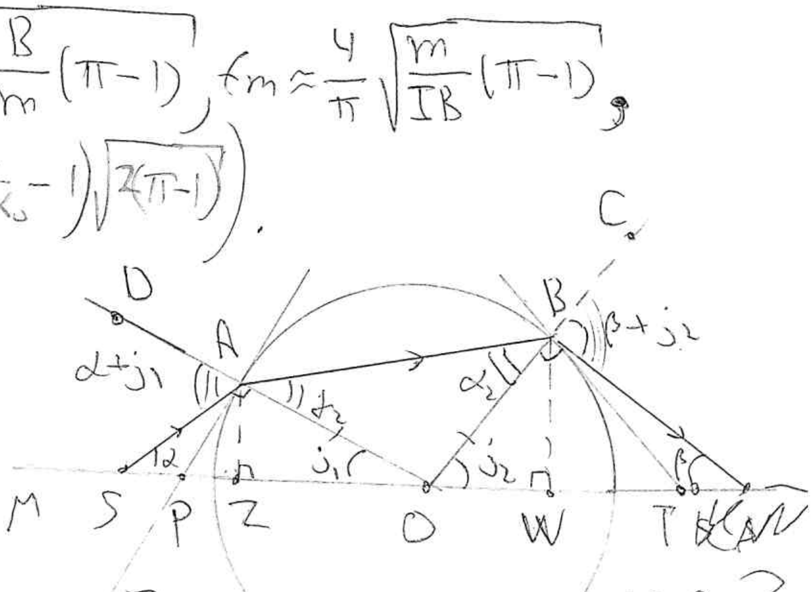
$v(t_m) = v_m$ ($kx_0e^{kt_m} = v_m$, $t_m = \frac{1}{k}\ln\frac{v_m}{kx_0} = \sqrt{\frac{2m}{IB}}\ln\frac{L-\pi x_0}{\pi x_0}\sqrt{2(\pi-1)}$

$k = \sqrt{\frac{IB}{2m}}$ возьму без i.

Ответ: $v_m = \frac{L-\pi x_0}{\pi}\sqrt{\frac{IB}{m}(\pi-1)}$, $t_m \approx \frac{4}{\pi}\sqrt{\frac{m}{IB}(\pi-1)}$,

или может быть $t_m \approx \sqrt{\frac{2m}{IB}}\ln\left(\left(\frac{L}{\pi x_0}-1\right)\sqrt{2(\pi-1)}\right)$.

№11.5.



1. Проведем касательную в т. A (там где луч пересекает шар в 1-й раз) AP (P∈MN),
$\angle OAP = 90^\circ$

2. Пусть $\angle AOP = j_1$, тогда.
$\angle SPA = \angle PAO + \angle POA = 90 + j_1$ (внешний угол для ΔPAO).

OS, R – ?

(1,2) −1

$\angle SAP = 180 - \angle ASP - \angle APS = 180 - \alpha - (90 + j_1) = 90 - \alpha - j_1$

$\angle SAD = \cancel{\angle SAP}\ 90 - \angle SAP = \alpha + j_1$ ($\angle SAD$ – угол падения), тогда

$\sin(\alpha + j_1) = \sin(\angle BAO)\cdot n$ (1)

3. По аналогии с п.2 находим $\angle CBK = \beta + j_2$ (где $j_2 = \angle BOK$)
$\angle CBK$ – угол преломления, $\angle OBA$ – угол падения, тогда.

$n\cdot\sin(\angle OBA) = \sin\angle CBK$. (2)

см. доп. лист №1.

ЧИСТОВИК. доп. лист №1/2 11-01

4. Т.к. $OA = OB = R$, то $\triangle AOB$ – равнобедренный, т.е. $\angle OAB = \angle OBA$ (обозначу $\angle OBA = \alpha_2$).

Тогда уравнения (1) и (2) перепишу в виде:

1. $\sin(\alpha + j_1) = (\sin \alpha_2) \cdot n$ (1) ~~считаю что~~ ($n_{воздуха} = 1$),

$(\sin \alpha_2) \cdot n = \sin(\beta + j_2) \cdot 1$ (2)

откуда. $\alpha + j_1 = \beta + j_2$, $j_2 = j_1 + \alpha - \beta$.

5. $\angle AOB = 180 - \cancel{2}\angle OAB - \angle OBA = 180 - 2\alpha_2$

$\angle SOA + \angle AOB + \angle BOK = 180°$

$j_1 + 180 - 2\alpha_2 + j_2 = 180$, $2\alpha_2 = j_1 + j_2 = 2j_1 + \alpha - \beta$,

$\alpha_2 = j_1 + \frac{\alpha - \beta}{2}$. (3)

3 – 1

6. ~~Доп. построение~~ AZ и BW высоты в $\triangle SAO$ и $\triangle OBK$ соответственно, $AZ = OA \cdot \sin j_1 = R \cdot \sin j_1$, $BW = OB \cdot \sin j_2 = R \cdot \sin j_2$

$SK = SZ + ZO + OW + WK = \frac{AZ}{tg \alpha} + OA \cdot \cos j_1 + OB \cdot \cos j_2 + \frac{BW}{tg \beta} = \frac{R \sin j_1}{tg \alpha} + R \cos j_1 + R \cdot \cos j_2 + \frac{R \cdot \sin j_2}{tg \beta} = \ell$ (по условию)

$$\boxed{\ell = R\left(\frac{\sin j_1}{tg \alpha} + \frac{\sin j_2}{tg \beta} + \cos j_1 + \cos j_2\right)} \quad (4)$$

($tg \alpha = \frac{AZ}{SZ}$, ~~...~~ $SZ = \frac{AZ}{tg \alpha}$, $tg \beta = \frac{BW}{WK}$, $WK = \frac{BW}{tg \beta}$)

$\cos j_1 = \frac{ZO}{AO}$, $ZO = AO \cdot \cos j_1$, $\cos j_2 = \frac{OW}{OB}$, $OW = OB \cdot \cos j_2$).

7. $SO = SZ + ZO = \boxed{R\left(\frac{\sin j_1}{tg \alpha} + \cos j_1\right) = SO}$ (5)

8. из (1) и (3): $\boxed{\arcsin \frac{\sin(\alpha + j_1)}{n} = \alpha_2 = j_1 + \frac{\alpha - \beta}{2}}$ (8)

Если ~~знать~~ и найти из уравнения (8) j_1, то можно найти R (4) и SO (5).

см. обратную сторону.

4 – 0

2) $\alpha = 60, \beta = 30, l = 10$ см, $n = 2$

(6): $\arcsin \frac{\sin(60 + j_1)}{2} = j_1 + 15$.

НАЙДЕМ БОЛЕЕ ПОДХОДЯЩИЙ УГОЛ j_1 ПОД РАВЕНСТВО:

ПРИ j_1	ЛЕВАЯ ЧАСТЬ РАВЕНСТВА	ПРАВАЯ ЧАСТЬ РАВЕНСТВА
$j_1 = 5°$	$= 27,0$	20
$j_1 = 10°$	$= 28,0$	25
$j_1 = 15°$	$= 29,0$	30
$j_1 = 20°$	$= 29,5$	35
$j_1 = 12,5$	28,5	27,5
$j_1 = 12,0$	28,4	27
$j_1 = 13$	28,6	28
$\boxed{j_1 = 13,5}$	28,6	28,5
$j_1 = 14$	28,7	29

~~СМОГ НАЙТИ $j_1 = 13,5$, $j_2 = 43,5$~~

~~ТОГДА $R = \frac{l}{3,02} = \frac{10}{3,02} = 3,3$ (см).~~

~~$SO = 3,3\left(\frac{\sin 13,5}{tg 60} + \cos 13,5\right) \approx 3,7$ (см)~~

~~Ответ: р~~

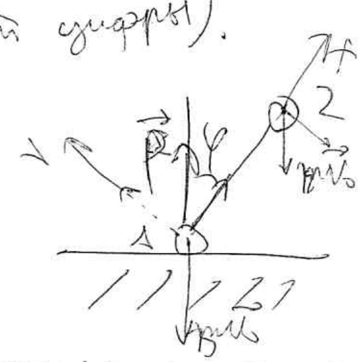
Т.к. α и β до целых, то возьмем $j_1 = 14°$, $j_2 = 44$

$R = \frac{10}{3,03} = 3,3$ см.

$SO = 3,3\left(\frac{\sin 14}{tg 60} + \cos 14\right) = 3,7$ (см)

Ответ: $R = 3,3$ см, $SO = 3,7$ см. (до 1 значащей цифры).

№114.



1. Введем ось Ox вдоль стержня в момент падения, $Oy \perp Ox$.

Т.к. при ударе со стороны поверхности на шарик действует сила $\vec{F}$, то по стержню и 2 шарику передается $P = \int_0^{t_0} F\cos\varphi\, dt = \int_0^{t_0} F dt \cos\varphi$.

2. Т.к. из-за упругого соударения шарик должен отскочить то $\int_0^{t_0} F dt = P = m v_0$.

то по оси Oy передается для 1 шарика $P\sin\varphi = P_y = m v_0 \sin\varphi$,

по оси Ox для 2 шарика $P\cos\varphi = m v_0 \cos\varphi$.

см. след. лист №2.

Чистовик доп. лист №2. 12

11-01

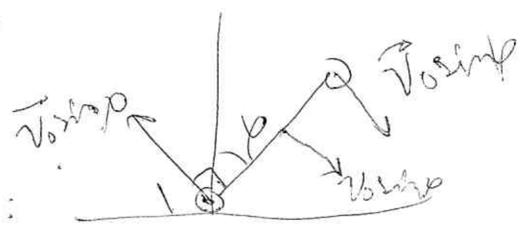
3. Импульс 2-ого шарика на ось Ox:

$P_{2x} = -mv_0\cos\varphi$, тогда после соударения

$P_2 = -mv_0\cos\varphi + mv_0\cos\varphi = 0$.

на ось Oy:

$P_{2y} = -mv_0\sin\varphi$, т.к. после удара о поверхность:



~~тогда пср~~

скорость центра масс $v = \frac{mv_0\sin\varphi + mv_0\sin\varphi}{m+m} = \underline{= v_0\sin\varphi}$.

$\omega = \frac{2v}{L} = \frac{2v_0\sin\varphi}{L}$

0

Ответ: $v = v_0\sin\varphi$, $\omega = \frac{2v_0\sin\varphi}{L}$.

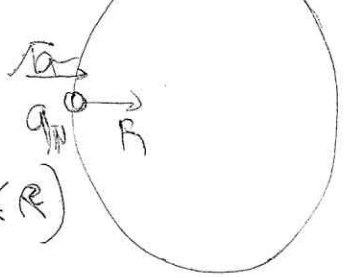
№11.1.

1. Рассмотрим 1 шарик:

1б

$\vec{F}_1 = m\vec{a}_1$

$F_1 = q_1 E_{\text{внутри шара}} = q\frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$ $(r \leq R)$

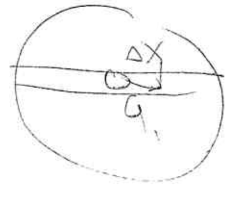


Поместим шарик в центр шара

~~отклоним~~ сдвинем его на ΔX, тогда

возвращающая сила $F = ma = -q_1\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\Delta X$

$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\Delta X}$, т.к.



$\ddot{X} = -\frac{q_1\rho}{3\varepsilon_0 m}\cancel{X}$, $\ddot{X} = -\omega^2 X$

уравнение колебаний

период при малом отклонении = 2 времени пролета шарика q_1 через шар: $t_{ш}$

1.5б

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \cdot t_{ш}$, т.к.

$t_{ш} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{q_1\rho}{3\varepsilon_0 m}}} = \boxed{\pi\sqrt{\frac{3\varepsilon_0 m}{q_1\rho}}}$.

1б

2. т.к. $\rho > 0$, то $Q_{\text{в шаре}} = \rho V > 0$, т.к. шар заряжен положительно,

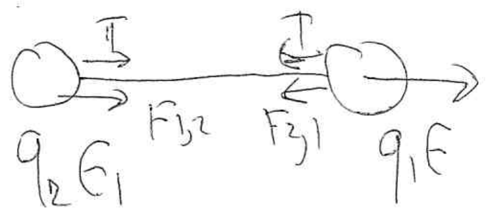
0.5б

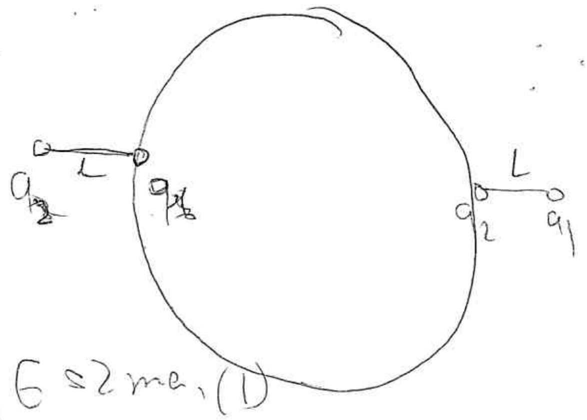
тогда q_1 заряжен отрицательно, т.к. шарик q_1 притягивается

и пролетает через шар за время $t_{ш}$

см. продолжение ...

3. Рассмотрим 2 шарика:





$$\begin{cases} q_2E_1 + F_{1,2} + T = ma \\ q_1 E - F_{2,1} - T = ma \end{cases}$$

$q_2 E_1 + q_1 E = 2ma$, (1)

без учета знака, т.к. q_1 и q_2 разных знаков, то силы $q_2 E_1 \; q_1 E$

$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \;(r \in R)$

$E_1 = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{(R+l)^2}$ (вне шара.) т.к. $l << R$, то

$E_1 = E$, тогда уравнение (1):

$\frac{\rho}{2\cdot 3\varepsilon_0} r (q_1 + q_2) = ma$.

по аналогии с пунктом 1:

$T_B = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\rho}{6\varepsilon_0}(q_1+q_2)}} = 2t_B$.

$t_B = \pi \sqrt{\boxed{\frac{6\varepsilon_0}{\rho(q_1+q_2)}}}$. 0,5

(к шару) $(q_1 < 0)$

ближайший шарик заряжен отрицательно, OP

дальний заряжен положительно $(q_2 > 0)$

(от шара).